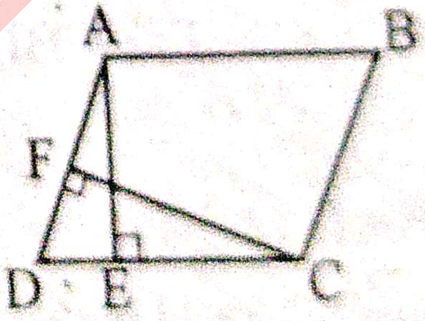
অনুশীলনী - 9.2

1. চিত্ৰত ABCD এটা সামান্তৰিক, $AE \perp DC$ আৰু $CF \perp AD$। যদি AB = 16 ছে.মি., AE = 8 ছে.মি. আৰু CF = 10 ছে.মি. হয় তেন্তে AD নিৰ্ণয় কৰা।



সমাধান ঃ

ABCD সামন্তৰিকৰ কালি = AB × AE

= 16 × 8 ছে.মি.^{2}

DK ACADEMY

$= 128$ ছে.মি.^{2} —— (1)

ABCD সামন্তৰিকৰ কালি $= AD \times CF$

$= AD \times 10$ ছে.মি.^{2} —— (2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা আমি পাওঁ,

$$AD \times 10 = 128$$

$$\Rightarrow AD = \frac{128}{10}$$

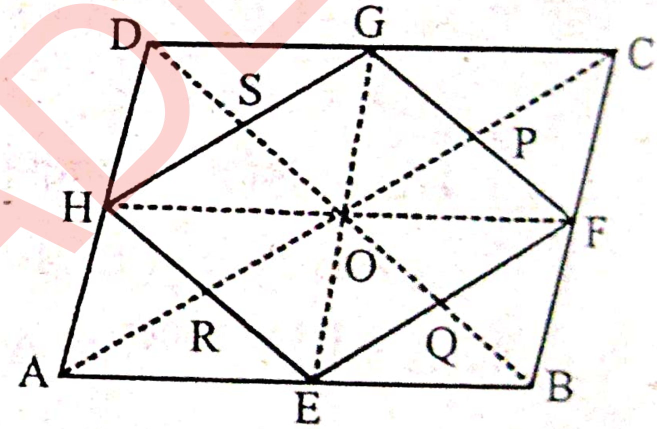
$$\Rightarrow AD = 12.8 \text{ ছে.মি.}$$

2. ABCD সামন্তৰিকটোৰ বাহুবোৰৰ মধ্যবিন্দুকেইটা যদি যথাক্ৰমে E, F, G আৰু H, দেখুওৱা যে,

EFGHৰ কালি = কালি $\frac{1}{2}(ABCD)$ ।

সমাধানঃ দিয়া আছে,

E, F, G আৰু H ক্ৰমে ABCD সামন্তৰিকৰ AB, BC, CD আৰু DA বাহুৰ মধ্যবিন্দু।



প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে,

EFGHৰ কালি $= \frac{1}{2}(ABCD)$ৰ কালি।

অংকন ঃ OF, OG, OH আৰু OE যোগ কৰা হ'ল। লগতে AC আৰু BD ও যোগ কৰা হ'ল।

প্ৰমাণ ঃ BCD ত্ৰিভুজৰ,

$\because$ F আৰু G, BC আৰু DCৰ মধ্যবিন্দু

$\therefore FG \parallel BD$ —— (1) | ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ মধ্যবিন্দু সংযোগী ৰেখখণ্ড তৃতীয় বাহুৰ সমান্তৰাল।

BAD ত্ৰিভুজৰ,

$\because$ E আৰু H ক্ৰমে AB আৰু AD ৰ মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ EH‖BD ——— (2) | ত্ৰিভুজৰ যিকোনো দুটা বাহুৰ মধ্যবিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ড তৃতীয় বাহুৰ সমান্তৰাল।

(1) আৰু (2)ৰ পৰা,

EH ‖ BD ——— (3)

একেদৰে আমি দেখুৱাব পাৰো যে,

EF ‖ HG ——— (4)

(3) আৰু (4) ৰ পৰা,

EFGH চতুৰ্ভূজটো এটা সামন্তৰিক।

| এটা চতুৰ্ভূজ, সামন্তৰিক হ'ব যদি তাৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান হয়।

$\because$ F, CB ৰ মধ্যবিন্দু

আৰু O, CAৰ মধ্যবিন্দু

$\therefore$ FO ‖ BA | ত্ৰিভুজৰ যিকোনো দুটা বাহুৰ মধ্যবিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ড তৃতীয় বাহুৰ সমান্তৰাল আৰু আধা।

$\Rightarrow$ FO ‖ CG — (5) | $\because$ BA‖CD (সামন্তৰিকৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল

$\therefore$ BA ‖ CG

আৰু $FO = \frac{1}{2}BA$

$= \frac{1}{2}CD$ | $\because$ সামন্তৰিকৰ বিপৰীত বাহু সমান।

$= CG$ —— (6) | $\because$ G, CDৰ মধ্যবিন্দু।

(5) আৰু (6)ৰ পৰা,

OFCG চতুৰ্ভূজটো এটা সামন্তৰিক।

| $\because$ এটা চতুৰ্ভূজ, সামন্তৰিক হ'ব যদিহে ইয়াৰ বিপৰীত বাহু এযোৰ সমান আৰু সমান্তৰাল।

$\therefore$ OP = PC | $\because$ সামন্তৰিকৰ কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

$\because$ Δ OPF আৰু Δ CPFৰ ভূমি সমান

| $\because$ OP=PC, আৰু উমৈহতীয়া শীৰ্ষ F

∴ সিহঁতৰ উন্নতিও সমান।

∴ $\triangle$ OPFৰ কালি = $\triangle$ CPFৰ কালি

একেদৰে, $\triangle$ OQFৰ কালি = $\triangle$ BQFৰ কালি

যোগ কৰি আমি পাওঁ,

($\triangle$ OPF)ৰ কালি + ($\triangle$ OQF)ৰ কালি = ($\triangle$ CPF)ৰ কালি
+($\triangle$ BQF)ৰ কালি

$\Rightarrow$ (OQFP) সামন্তৰিকৰ কালি = ($\triangle$ CPE)ৰ কালি
+ ($\triangle$ BQF)ৰ কালি —— (7)

একেদৰে পাব পাৰি,

(OPGS) সামন্তৰিকৰ কালি = ($\triangle$ GPC)ৰ কালি + ($\triangle$ DSG)ৰ কালি
—— (8)

(OSHR) সামন্তৰিকৰ কালি = ($\triangle$ DSH)ৰ কালি + ($\triangle$ HAR)ৰ কালি
—— (9)

(OREQ) সামন্তৰিকৰ কালি = ($\triangle$ ARE)ৰ কালি + ($\triangle$ EQB)ৰ কালি
—— (10)

(7), (8), (9), আৰু (10)ৰ অনুৰূপ বাহুবোৰ যোগ কৰি পাওঁ,

(EFGH) সামন্তৰিকৰ কালি

= {($\triangle$ CPF)ৰ কালি + ($\triangle$ GPC)ৰ কালি} + {($\triangle$ DSG)ৰ কালি
+ ($\triangle$ DSH)ৰ কালি}+{($\triangle$ HAR)ৰ কালি +($\triangle$ ARE)ৰ কালি}
+ {($\triangle$ BQF)ৰ কালি + ($\triangle$ EQB)ৰ কালি}

= ($\triangle$ FCG)ৰ কালি +($\triangle$ GDH)ৰ কালি + ($\triangle$ HAE)ৰ কালি
+ ($\triangle$ EBF)ৰ কালি

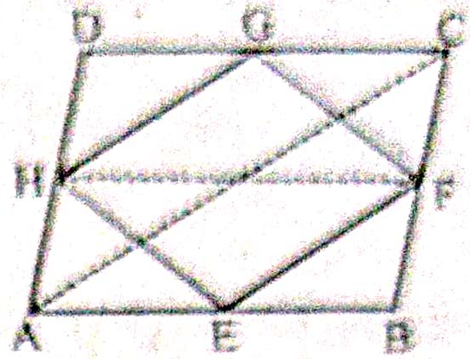
= $\frac{1}{2}$(ABCD) সামন্তৰিকৰ কালি।

[বিকল্প ঃ

$\triangle$ ABCৰ E, ABৰ F BCৰ মধ্যবিন্দু।

DK ACADEMY

∴ $EF = \frac{1}{2}AC$ আৰু $EF \parallel AC$ — (1)



একেদৰে, Δ ADCৰ পৰা আমি পাম,

$GH = \frac{1}{2}AC$ আৰু $GH \parallel AC$ — (2)

∴ (1) আৰু (2)ৰ পৰা,

$GH = EF$ আৰু $GH \parallel EF$

∴ EFGH চতুৰ্ভূজটো এটা সামন্তৰিক [যদি চতুৰ্ভূজৰ এযোৰ বিপৰীত সমান আৰু সমান্তৰাল, তেন্তে চতুৰ্ভূজটো এটা সামন্তৰিক।]

ABCD সামন্তৰিকৰ,

$AD = BC$ আৰু $AD \parallel BC$ [সামন্তৰিকৰ বিপৰীত বাহু]

∴ $\frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$ আৰু $AD \parallel FC$

⇒ $HD = FC$ আৰু $HD \parallel FC$

∴ HDCF এটা সামন্তৰিক।

যিহেতু Δ HGF আৰু HDCF সামন্তৰিক একে ভূমি HF আৰু একেযোৰ সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত অৱস্থিত,

∴ (Δ HGF)ৰ কালি = $\frac{1}{2}$(HDCF) সামন্তৰিকৰ কালি —— (3)

একেদৰে, (Δ HEF) ৰ কালি = $\frac{1}{2}$(HABF) সামন্তৰিকৰ কালি —— (4)

(3) আৰু (4) যোগ কৰি আমি পাওঁ,

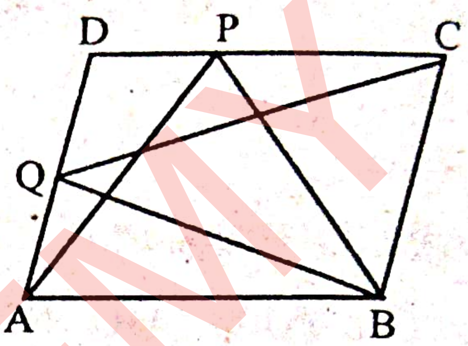
(Δ HGF)ৰ কালি + (Δ HEF)ৰ কালি = $\frac{1}{2}$[(HDCF)ৰ কালি + (HABF)ৰ কালি]

DK ACADEMY

∴ EFGH সামন্তৰিকৰ কালি = $\frac{1}{2}$[(HDCF)ৰ কালি+(HABF)ৰ কালি]

∴ EFGH সামন্তৰিকৰ কালি = $\frac{1}{2}$(ABCD) সামন্তৰিকৰ কালি]

3. ABCD এটা সামন্তৰিক DC আৰু AD বাহুত অৱস্থিত যথাক্রমে P আৰু Q যিকোনো দুটা বিন্দু। দেখুওৱা যে, কালি (APB) = কালি (BQC)।



সমাধান ঃ ABCD সামন্তৰিক। P আৰু Q ক্রমে DC আৰু AD বাহুত যিকোনো দুটা বিন্দু।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে,

($\triangle$ APB)ৰ কালি = ($\triangle$ BQC)ৰ কালি।

প্ৰমাণ ঃ ∵ $\triangle$ APB আৰু ABCD সামন্তৰিকটো একে ভূমি BC আৰু একেযোৰ সমান্তৰাল সৰল ৰেখা AB আৰু DCৰ মাজত অৱস্থিত,

∴ $\triangle$ APBৰ কালি = $\frac{1}{2}$(ABCD) সামন্তৰিকৰ কালি —— (1)

∵ $\triangle$ BQC আৰু ABCD সামন্তৰিকটো একে ভূমি BC আৰু একেযোৰ সমান্তৰাল ৰেখা BD আৰু ADৰ মাজত অৱস্থিত।

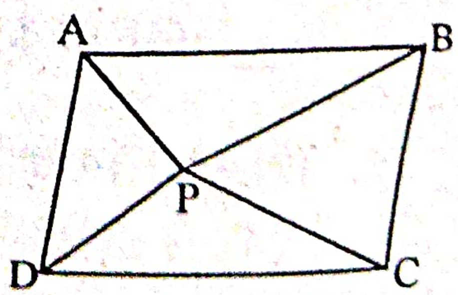
∴ ($\triangle$ BQC)ৰ কালি = $\frac{1}{2}$(ABCD) সামন্তৰিকৰ কালি —— (2)

(1) আৰু (2) ৰ পৰা,

($\triangle$ APB)ৰ কালি = ($\triangle$ BQC)ৰ কালি।

4. (চিত্ৰত) ABCD সামন্তৰিকটোৰ P এটা বিন্দু। দেখুওৱা যে,

(i) কালি (APB) + কালি (PCD)



= $\frac{1}{2}$ **কালি (ABCD)**

(ii) কালি (APB) + কালি (PBC)

= কালি (APB)+কালি (PCD)

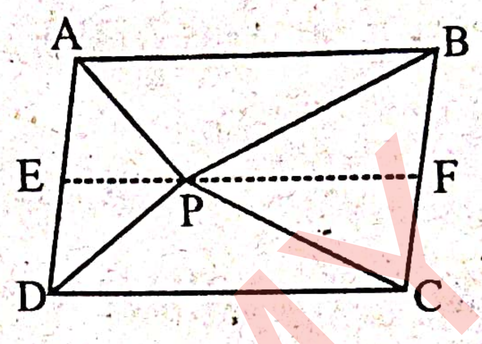
সমাধান ঃ দিয়া আছে, ABCD সামন্তৰিকৰ

P এটা অন্তঃস্থ বিন্দু।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে,

(i) (Δ APB)ৰ কালি + (Δ PCD)ৰ কালি

$= \frac{1}{2}$(ABCD) সামন্তৰিকৰ কালি।



(ii) (Δ APD)ৰ কালি + (Δ PBC)ৰ কালি

= (Δ APB)ৰ কালি + (Δ PCD)ৰ কালি।

অংকন ঃ P বিন্দুৰ মাজেৰে ABৰ সমান্তৰাকৈ EF টনা হ'ল।

প্ৰমাণ ঃ (i) EF || AB ——— (1) [অংকন মতে]

∵ AD || BC | ∵ সামন্তৰিকৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল

∴ AE || BF ——— (2)

(1) আৰু (2) ৰ পৰা,

ABFE চতুৰ্ভূজটো এটা সামন্তৰিক

| এটা চতুৰ্ভূজ সামন্তৰিক হ'ব যদিহে ইয়াৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান্তৰাল]

একেধৰণে, CDEF চতুৰ্ভূজটো এটা সামন্তৰিক।

∵ Δ APB আৰু ABFE সামন্তৰিক একে ভূমি AB আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখা AB আৰু EFৰ মাজত অৱস্থিত।

∴ (Δ APB)ৰ কালি $= \frac{1}{2}$(Δ BFE)ৰ কালি —— (3)

∵ Δ PCD আৰু CDEF সামন্তৰিক একে ভূমি DC আৰু একে সমান্তৰাল DC আৰু EFৰ মাজত অৱস্থিত

∴ (Δ PCD)ৰ কালি $= \frac{1}{2}$(CDEF)ৰ কালি —— (4)

(3) আৰু (4) যোগ কৰি আমি পাওঁ,

(Δ APB)ৰ কালি + (Δ PCD)ৰ কালি

$= \frac{1}{2}$(ABFE) সামন্তৰিকৰ কালি + $\frac{1}{2}$(CDEF) সামন্তৰিকৰ কালি

$= \frac{1}{2}$[(ABFE) সামন্তৰিকৰ কালি +(CDEF) সামন্তৰিকৰ কালি]

$= \frac{1}{2}$(ABCD) সামন্তৰিকৰ কালি। —— (5)

(ii) (Δ APD)ৰ কালি +(Δ PBC)ৰ কালি

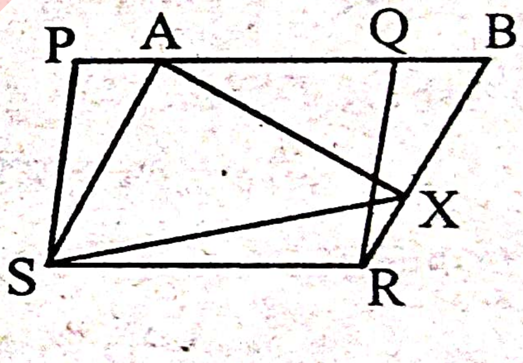
= (ABCD) সামন্তৰিকৰ কালি – [(Δ PCD)ৰ কালি]

= 2[(Δ APB)ৰ কালি + (Δ PCB)ৰ কালি]

– [(Δ APB)ৰ কালি + (Δ PCD)ৰ কালি]

= (Δ APB)ৰ কালি + (Δ PCD)ৰ কালি

5. চিত্রত PQRS আৰু ABRS দুটা সামন্তৰিক। BR বাহুৰ ওপৰত X এটা যিকোনো বিন্দু।



দেখুওৱা যে,

(i) কালি (PQRS) = কালি (ABRS)

(ii) কালি (AXS) = $\frac{1}{2}$ কালি (PQRS)

সমাধান ঃ দিয়া আছে, PQRS আৰু ABRS দুটা সামন্তৰিক আৰু X BR বাহুত যিকোনে এটা বিন্দু।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে, (i) (PQRS)ৰ কালি = (ABRS)ৰ কালি

(ii) (AXS)ৰ কালি = $\frac{1}{2}$(PQRS)ৰ কালি।

প্ৰমাণ ঃ Δ PSA আৰু Δ QRBৰ

$\angle$SPA = $\angle$RQB — (1) | PS||QR, PB ছেদক হ'লে, অনুৰূপ কোণ

$\angle$PAS = $\angle$QBR —(2) | AS||BR, PB ছেদক হ'লে, অনুৰূপ কোণ

$\therefore \angle PSA = \angle QRB$ — (3) | ত্ৰিভুজৰ কোণৰ সমষ্টিৰ ধৰ্মমতে

আৰু $PS = QR$ —— (4) | PQRS সামন্তৰিকৰ বিপৰীত বাহু

(1), (3) আৰু (4)ৰ পৰা,

$\Delta PSA \cong \Delta QRB$ —— (5) |ASA চৰ্তমতে

$\therefore$ (Δ PSA)ৰ কালি = (Δ QRB)ৰ কালি —— (6)

এতিয়া, (PQRS)ৰ কালি = (Δ PSA)ৰ কালি + (AQRS)ৰ কালি

= (Δ QRB)ৰ কালি + (AQRS)ৰ কালি

= (ABRS)ৰ কালি | (6)ৰ পৰা

(ii) $\because$ Δ AXS আৰু ABRS সামন্তৰিক একে ভূমি AS আৰু একে যোৰ সমান্তৰাল সৰল ৰেখা AS আৰু BRৰ মাজত অৱস্থিত।

$\therefore$ (Δ AXS) ৰ কালি $= \frac{1}{2}$(ABRS) সামন্তৰিকৰ কালি

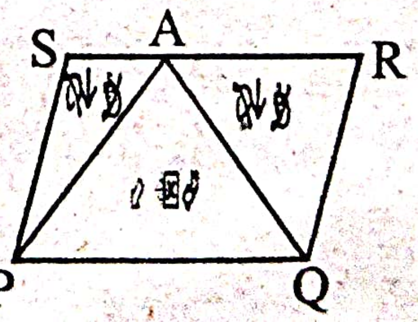
$= \frac{1}{2}$ [(AQRS)ৰ কালি + (Δ QRB)ৰ কালি]

$= \frac{1}{2}$ [(AQRS)ৰ কালি + (Δ PSA)ৰ কালি]

$= \frac{1}{2}$ (PQRS) সামন্তৰিকৰ কালি। | (6)ৰপৰা

6. **এজন খেতিয়কৰ PQRS সামান্তৰিক এটাৰ আকৃতিৰ এখন খেতিপথাৰ আছিল। তেওঁ RSৰ ওপৰত যিকোনো এটা বিন্দু ল'লে আৰু ইয়াক P আৰু Q বিন্দুৰ লগত সংযুক্ত কৰিলে। পথাৰখন কিমানটা অংশত বিভক্ত হ'ল ? এইঅংশকেইটাৰ আকৃতিবোৰ কি কি ? খেতিয়কজনে পথাৰখনৰ সমান সমান অংশত বেলেগ বেলেগ ঘেঁহু আৰু মাহৰ গুটি সিচিব খুজিলে। তেওঁ এইটো কিদৰে কৰিব ?**

সমাধানঃ পথাৰখন তিনিটা অংশত বিভক্ত হ'ব।



সেই কেইটা হ'ল—

(i) Δ APS

(ii) Δ APQ

DK ACADEMY

(iii) Δ AQR

Δ APQ আৰু PQRS সামন্তৰিকটো একে ভূমি PQ আৰু একেযোৰ সমান্তৰাল ৰেখা PQ আৰু SRৰ মাজত অৱস্থিত।

$\therefore$ (Δ APQ)ৰ কালি $= \frac{1}{2}$ (PQRS সামন্তৰিকৰ কালি)

অৰ্থাৎ PQRS সামন্তৰিক আকাৰৰ পথাৰখনৰ, APQ ত্ৰিভুজাকাৰ অংশটো আধা হ'ব।

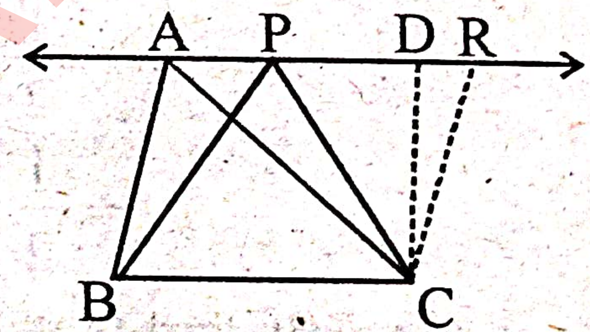
গতিকে খেতিয়কজনে ত্ৰিভুজাকাৰ APQ অংশত মাহ আৰু বাকী থকা PAS আৰু AQR ত্ৰিভুজাকাৰ অংশত ঘেঁহুৰ খেতি কৰিব লাগিব।

নাইবা,

যেতিয়া, APQ অংশত ঘেঁহু কৰে তেন্তে PAS আৰু AQR ত্ৰিভুজাকাৰ অংশত মাঁহৰ খেতি কৰিব লাগিব।

একে ভূমি আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজৰ কোন :-

উপপাদ্য : 1. একে (বা সমান) ভূমি আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থকা ত্ৰিভুজবোৰৰ কালি সমান।



সমাধান : দিয়া আছে ABC আৰু PBC দুটা ত্ৰিভুজ একে ভূমি BC আৰু একেযোৰ সমান্তৰাল ৰেখা BC আৰু APৰ মাজত অৱস্থিত।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে, (Δ ABC)ৰ কালি = (Δ PBC)ৰ কালি।

অংকন : CD $\parallel$ BA আৰু CR $\parallel$ BP টনা হ'ল যাতে D, R, AP ৰেখাত (বৰ্দ্ধিত) থাকে।

প্ৰমাণ : $\because$ AD $\parallel$ BC (দিয়া আছে)

আৰু AB $\parallel$ CD (অংকন মতে)

$\therefore$ ABCD এটা সামন্তৰিক। [এটা চতুৰ্ভূজ, সামন্তৰিক হ'ব, যদিহে ইয়াৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান্তৰাল।

DK ACADEMY

$\therefore$ (Δ ABC)ৰ কালি

= (Δ CDA)ৰ কালি = $\frac{1}{2}$(ABCD সামন্তৰিক)ৰ কালি — (1)

$\because$ PR ∥ BC | দিয়া আছে

আৰু BP ∥ CD | অংকন মতে

$\therefore$ PBCR এটা সামন্তৰিক। | এটা চতুৰ্ভূজ, সামন্তৰিক হ'ব যদিহে ইয়াৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান্তৰাল।

$\because$ PC, PBCR সামন্তৰিকৰ কৰ্ণ

$\therefore$ PC, PBCR সামন্তৰিকৰ কৰ্ণ

$\therefore$ (Δ PBC)ৰ কালি =

(Δ CRP)ৰ কালি = $\frac{1}{2}$(PBCR সামন্তৰিক)ৰ কালি। — (2)

$\because$ ABCD সামন্তৰিক আৰু PBCR সামন্তৰিক একে ভূমি BC আৰু একেযোৰ সমান্তৰাল সৰল ৰেখা BC আৰু ARৰ মাজত অৱস্থিত,

$\therefore$ ABCD সামন্তৰিকৰ কালি = PBCR সামন্তৰিকৰ কালি — (3)

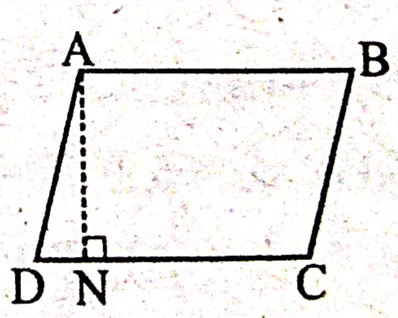
| একে ভূমি আৰু একে যোৰ সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থকা সামন্তৰিকবোৰৰ কালি সমান।

(1), (2) আৰু (3)ৰ পৰা,

(Δ ABC)ৰ কালি = (Δ PBC)ৰ কালি।

উপপাদ্য 2. এটা ত্ৰিভুজৰ কালি ইয়াৰ ভূমি আৰু উন্নতিৰ পূৰণফলৰ আধা।

প্ৰমাণঃ ধৰাহ'ল, ABCD সামন্তৰিক যাৰ এডাল কৰ্ণ AC। ধৰাহ'ল AN ⊥ DC.



ADC আৰু CBA ত্ৰিভুজৰ,

AD = CB | সামন্তৰিকৰ বিপৰীত বাহু

DC = BA | সামন্তৰিকৰ বিপৰীত বাহু

AC = CA | সাধাৰণ বাহু

$\therefore$ $\Delta ADC \cong \Delta CBA$ | SSS চৰ্তমতে

$\therefore$ (Δ ADC)ৰ কালি = (Δ CBA)ৰ কালি

$\therefore$ (Δ ADC)ৰ কালি $= \frac{1}{2}$(ABCD সামন্তৰিক)ৰ কালি

$= \frac{1}{2}(DC \times AN)$

| $\because$ সামন্তৰিকৰ কালি = ভূমি × অনুৰূপ উন্নতি

$\Rightarrow$ (Δ ADC)ৰ কালি $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি(DC) × অনুৰূপ উন্নতি (AN)

উপপাদ্য 3. দুটা ত্ৰিভুজৰ একে ভূমি হ'লে (বা সমান ভূমি) আৰু সিহঁতৰ কালি সমান হ'লে, সিহঁত একে সমান্তৰালৰ মাজত অৱস্থিত।

উপপাদ্য 4. ত্ৰিভুজৰ এডাল মধ্যমাই দুটা সমান কালি বিশিষ্ট ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে।

DK ACADEMY