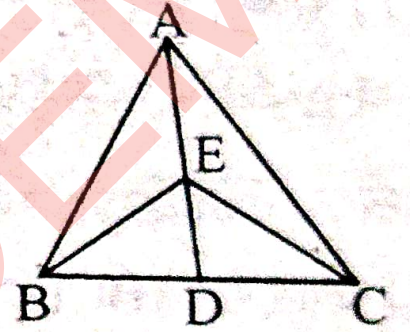


অনুশীলনী - 9.3

1. চিত্রত কোনো ত্রিভুজ ABC ৰ AD মধ্যমাৰ ওপৰত E এটা যিকোনো বিন্দু। দেখুওৱা যে কালি $(ABE) =$ কালি (ACE)



সমাধান : ABC ত্রিভুজৰ AD মধ্যমা।

AD ৰ ওপৰত E যিকোনো এটা বিন্দু। প্রমাণ কৰিব লাগে যে,

$$(\Delta ABE)\text{ৰ কালি} = (\Delta ACE)\text{ৰ কালি}।$$

প্রমাণ : ΔABC ৰ,

AD মধ্যমা।

$$\therefore (\Delta ABD) \text{ৰ কালি} = (\Delta ACD) \text{ৰ কালি} \text{ — (1)}$$

| ত্ৰিভুজৰ মধ্যমা এডালে দুটা সমকালি বিশিষ্ট ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে।

আকৌ, EBC ত্ৰিভুজৰ

$\therefore$ ED মধ্যমা।

$$\therefore (\Delta EBD) \text{ৰ কালি} = (\Delta ECD) \text{ৰ কালি} \text{ — (2)}$$

| ত্ৰিভুজৰ মধ্যমা এডালে দুটা সমকালি বিশিষ্ট ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে।

(1) ৰ পৰা (2) বিয়োগ কৰি,

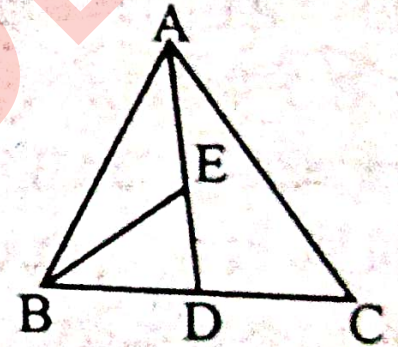
$$(\Delta ABD) \text{ৰ কালি} - (\Delta EBD) \text{ৰ কালি} = (\Delta ACD) \text{ৰ কালি} - (\Delta ECD) \text{ৰ কালি}$$

$$\Rightarrow (\Delta ABE) \text{ৰ কালি} = (\Delta ACE) \text{ৰ কালি।}$$

2. ABC ত্ৰিভুজৰ AD মধ্যমাৰ E মধ্যবিন্দু। দেখুৱা যে, কালি (BED)

$$= \frac{1}{4} \text{ কালি (ABC)}$$

সমাধানঃ ABC ত্ৰিভুজৰ AD মধ্যমা। E, ADৰ মধ্যবিন্দু। প্রমাণ কৰিব লাগে যে,



$$(\Delta BED) \text{ৰ কালি} = \frac{1}{4} (\Delta ABC) \text{ৰ কালি।}$$

প্রমাণঃ ABC ত্ৰিভুজত

$\therefore$ AD এডাল মধ্যমা

$$\therefore (\Delta ABD) \text{ৰ কালি} = (\Delta ACD) \text{ৰ কালি} = \frac{1}{2} (\Delta ABC) \text{ৰ কালি।}$$

| $\therefore$ ত্ৰিভুজৰ মধ্যমা এডালে দুটা সমকালি বিশিষ্ট ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে।

ABD ত্ৰিভুজৰ,

$\therefore$ BE মধ্যমা

$$\therefore (\Delta BED) \text{ৰ কালি} = (\Delta BEA) \text{ৰ কালি} = \frac{1}{2} (\Delta ABD) \text{ৰ কালি।}$$

| $\therefore$ ত্ৰিভুজৰ এডাল মধ্যমাই দুটা সমকালি বিশিষ্ট ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে।

$$\begin{aligned} \Rightarrow (\Delta BED) \text{ৰ কালি} &= \frac{1}{2} (\Delta ABD) \text{ৰ কালি} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (\Delta ABC) \text{ৰ কালি} \quad | (1) \text{ৰ পৰা} \\ &= \frac{1}{4} (\Delta ABC) \text{ৰ কালি।} \end{aligned}$$

3. দেখুৱা যে এটা সামান্তৰিকৰ কৰ্ণ দুটাই সামান্তৰিকটোক চাৰিটা সমান কালিৰ ত্ৰিভুজত ভাগ কৰে।

সমাধান : ABCD সামান্তৰিকৰ AC আৰু BD কৰ্ণ O বিন্দুত কটাকটি কৰিছে আৰু ΔOAB , ΔOBC , ΔOCA আৰু ΔOAD চাৰিটা ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰিছে।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে,

$$\begin{aligned} (\Delta OAB) \text{ৰ কালি} &= (\Delta OBC) \text{ৰ কালি} = (\Delta OCA) \text{ৰ কালি} \\ &= (\Delta OAD) \text{ৰ কালি।} \end{aligned}$$

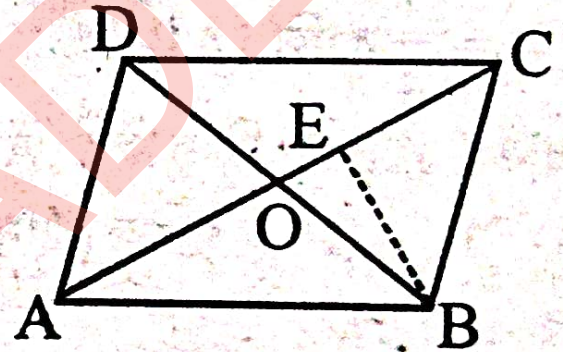
অংকন : BE $\perp$ AC টনা হ'ল।

প্ৰমাণ : $\therefore$ ABCD এটা সামান্তৰিক

$$\therefore OA = OC \text{ আৰু } OB = OD$$

| $\therefore$ সামান্তৰিক কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

$$\text{এতিয়া, } (\Delta OAB) \text{ৰ কালি} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উন্নতি}$$



$$= \frac{1}{2} \times (OA) (BE)$$

$$\begin{aligned} \text{আৰু } (\Delta OBC) \text{ৰ কালি} &= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উন্নতি} \\ &= \frac{1}{2} (OC) (BE) \end{aligned}$$

কিন্তু $OA = OC$

$$\therefore (\Delta OAB) \text{ৰ কালি} = (\Delta OBC) \text{ৰ কালি} \text{ — (1)}$$

একেদৰে, দেখুৱাব পাৰি যে,

$$(\Delta OBC) \text{ৰ কালি} = (\Delta OCD) \text{ৰ কালি} \text{ — (2)}$$

$$\text{আৰু, } (\Delta OCD) \text{ৰ কালি} = (\Delta ODA) \text{ৰ কালি} \text{ — (3)}$$

(1), (2) আৰু (3)ৰ পৰা,

$$\begin{aligned} (\Delta OAB) \text{ৰ কালি} &= (\Delta OBC) \text{ৰ কালি} = (\Delta OCB) \text{ৰ কালি} \\ &= (\Delta ODA) \text{ৰ কালি} \end{aligned}$$

4. চিত্ৰত একে ভূমি AB ৰ ওপৰত ABC আৰু ABD দুটা ত্ৰিভুজ। যদি AB ৰেখাই CD ৰেখাখণ্ডটোক O বিন্দুত সমদ্বিখণ্ডিত কৰে, তেন্তে দেখুওৱা যে,

$$\text{কালি } (ABC) = \text{কালি } (ABD)$$

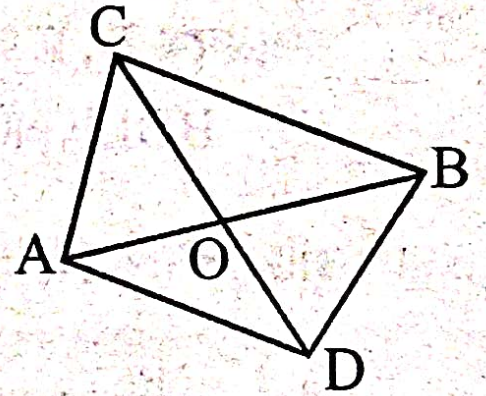
সমাধান : ABC আৰু ABD ত্ৰিভুজ দুটা একে ভূমি AB ৰ ওপৰত আছে। CD ৰেখাখণ্ড AB ৰে O বিন্দুত সমদ্বিখণ্ডিত হ'লে, প্রমাণ কৰিব লাগে যে,

$$(\Delta ABC) \text{ৰ কালি} = (\Delta ABD) \text{ৰ কালি।}$$

প্রমাণ : $\because CD$ য়ে AB ক O বিন্দুত সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

$$\therefore OC = OD$$

$$\therefore BO, \Delta BCD \text{ৰ মধ্যমা।}$$



আৰু, AO , $\triangle ACD$ ৰ মধ্যমা।

$\therefore BO$, $\triangle BCD$ ৰ মধ্যমা।

$\therefore (\triangle OBC)$ ৰ কালি = $(\triangle OBD)$ ৰ কালি — (1)

| $\therefore$ ত্ৰিভুজৰ মধ্যমাই দুটা সম কালি বিশিষ্ট
ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে।

$\therefore AO$, $\triangle ACD$ ৰ মধ্যমা

$\therefore (\triangle OAC)$ ৰ কালি = $(\triangle OAD)$ ৰ কালি — (2)

| $\therefore$ ত্ৰিভুজৰ মধ্যমাই দুটা সম কালি বিশিষ্ট
ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে।

(1) আৰু (2) যোগ কৰি, আমি পাবোঁ,

$$(\triangle OBC)\text{ৰ কালি} + (\triangle OAC)\text{ৰ কালি} = (\triangle OBD)\text{ৰ কালি} + (\triangle OAD)\text{ৰ কালি}$$

$$\Rightarrow (\triangle ABC)\text{ৰ কালি} = (\triangle ABD)\text{ৰ কালি}$$

5. এটা ত্ৰিভুজ ABC ৰ BC , CA আৰু AB বাহুকেইটাৰ মধ্যবিন্দু
যথাক্রমে D , E আৰু F । দেখুওৱা যে,

(i) $BDEF$ এটা সামন্তৰিক।

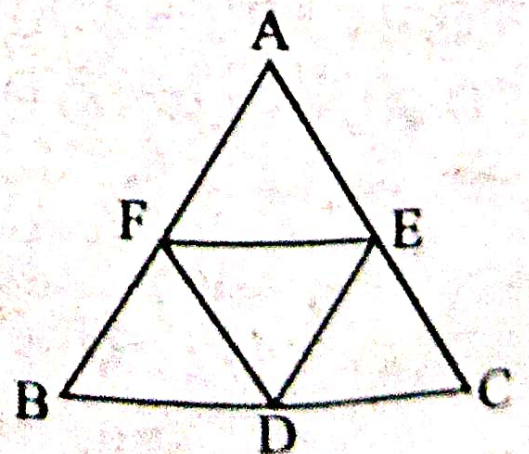
(ii) কালি $(DEF) = \frac{1}{4}$ কালি (ABC)

(iii) কালি $(BDEF) = \frac{1}{2}$ কালি (ABC)

সমাধান: ABC ত্ৰিভুজৰ, BC , CA
আৰু AB বাহুৰ মধ্যবিন্দু ক্রমে D ,
 E আৰু F । প্রমাণ কৰিব লাগে যে,

(i) $BDEF$ এটা সামন্তৰিক

(ii) (DEF) ৰ কালি = $\frac{1}{4}$ (ABC) ৰ কালি।



(iii) $(BDEF)$ ৰ কালি $= \frac{1}{2} (ABC)$ ৰ কালি।

প্রমাণ :

(i) ABC ত্ৰিভুজৰ,

$\therefore F$, AB বাহুৰ মধ্যবিন্দু আৰু E , AC বাহুৰ মধ্যবিন্দু।

$\therefore EF \parallel BC$ | $\therefore$ ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ মধ্যবিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ড
তৃতীয় বাহুৰ সমান্তৰাল।

$$\Rightarrow EF \parallel BD \quad \text{— (1)}$$

$$\text{একেদৰে, } ED \parallel BF \quad \text{— (2)}$$

(1) আৰু (2)ৰ পৰা,

$BDEF$ এটা সামন্তৰিক।

| $\therefore$ এটা চতুৰ্ভুজ সামন্তৰিক হ'ব যদিহে ইয়াৰ বিপৰীত
বাহুবোৰ সমান্তৰাল হয়।

(ii) (i)ৰ দৰে, আমি প্রধান কৰিব পাৰো যে,

$AFDE$ আৰু $FDCE$ সামন্তৰিক।

$\therefore FD$, $BDEF$ সামন্তৰিকৰ কৰ্ণ।

$$\therefore (\triangle FBD) \text{ৰ কালি} = (\triangle DEF) \text{ৰ কালি} \quad \text{— (3)}$$

$$\text{একেদৰে, } (\triangle DEF) \text{ৰ কালি} = (\triangle FAE) \text{ৰ কালি} \quad \text{— (4)}$$

$$\text{আৰু } (\triangle DEF) \text{ৰ কালি} = (\triangle DCE) \text{ৰ কালি} \quad \text{— (5)}$$

(3), (4) আৰু (5)ৰ পৰা, আমি পাওঁ,

$$\begin{aligned} (\triangle FBD) \text{ৰ কালি} &= (\triangle DEF) \text{ৰ কালি} = (\triangle FAE) \text{ৰ কালি} \\ &= (\triangle DCE) \text{ৰ কালি} \quad \text{— (6)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\triangle ABC) \text{ৰ কালি} &= (\triangle FBD) \text{ৰ কালি} + (\triangle DEF) \text{ৰ কালি} + \\ &\quad (\triangle FAE) \text{ৰ কালি} + (\triangle DCE) \text{ৰ কালি} \\ &= 4(\triangle DEF) \text{ৰ কালি} \quad | (6) \text{ৰ পৰা} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\Delta DEF) \text{ৰ কালি} = \frac{1}{4} (\Delta ABC) \text{ৰ কালি}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) } (BDEF) \text{ৰ কালি} &= (\Delta EBD) \text{ৰ কালি} + (\Delta DEF) \text{ৰ কালি} \\ &= (\Delta DEF) \text{ৰ কালি} + (\Delta DEF) \text{ৰ কালি} \\ &\quad | (3) \text{ৰ পৰা} \end{aligned}$$

$$= 2(\Delta DEF) \text{ৰ কালি}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{4} (\Delta ABC) \text{ৰ কালি} \quad | (7) \text{ৰ পৰা}$$

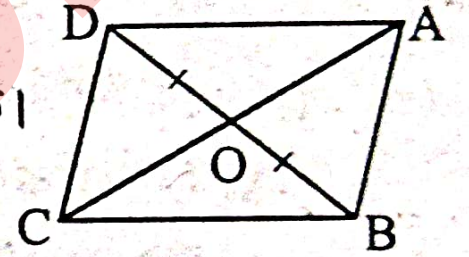
$$= \frac{1}{2} (\Delta ABC) \text{ৰ কালি} \quad |$$

6. চিত্ৰত : ABCD চতুৰ্ভুজৰ কৰ্ণ AC আৰু BD য়ে O বিন্দুত ছেদ কৰিছে যাতে $OB = OD$ । যদি $AB = CD$, তেন্তে দেখুওৱা যে,

(i) কালি (DOC) = কালি (AOB)

(ii) কালি (DCB) = কালি (ACB)

(iii) $DA \parallel CB$ অৰ্থাৎ ABCD এটা সামান্তৰিক।



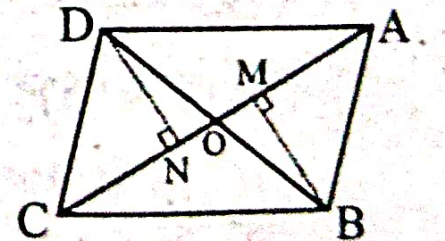
সমাধান : ABCD চতুৰ্ভুজৰ AC আৰু BD কৰ্ণই O বিন্দুত কটাকটি কৰে যাতে $OB = OD$ হয়।

প্রমাণ কৰিব লাগে যে, যদি $AB = CD$ হয়, তেন্তে

(i) $(\Delta DOC) \text{ৰ কালি} = (\Delta AOB) \text{ৰ কালি}$

(ii) $(\Delta DCB) \text{ৰ কালি} = (\Delta ACB) \text{ৰ কালি}$

(iii) $DA \parallel CB$ বা ABCD এটা সামান্তৰিক।



অংকন : $DN \perp AC$ আৰু $BM \perp AC$ টনা হ'ল।

প্রমাণ : (i) DON আৰু BOM ত্ৰিভুজৰ,

$$OB = OD \quad | \text{দিয়া আছে}$$

$$\angle DNO = \angle BMO$$

$$\angle DON = \angle BOM$$

| প্রত্যেকেই 90° , অংকন মতে

| বিপ্রতীপ কোণ।

$\therefore \Delta DON \cong \Delta BOM$ | A.A.S. চৰ্তমতে

গতিকে, (ΔDON) ৰ কালি $= (\Delta BOM)$ ৰ কালি — (1)

এতিয়া, ΔDCN আৰু ΔABM ৰ,

$\angle DNC = \angle BMA$ | অংকন মতে, প্রত্যেকেই 90°

$CD = AB$ | দিয়া আছে

$DN = BM$ | ওপৰত প্রমাণিত

$\therefore \Delta DCN \cong \Delta BAM$ | R.H.S. চৰ্তমতে

$\therefore (\Delta DCN)$ ৰ কালি $= (\Delta BAM)$ ৰ কালি — (2)

(1) আৰু (2) যোগ কৰি, আমি পাওঁ,

(ΔDOC) ৰ কালি $+ (\Delta DCN)$ ৰ কালি $= (\Delta BOM)$ ৰ কালি $+ (\Delta BAM)$ ৰ কালি

$\Rightarrow (\Delta DOC)$ ৰ কালি $= (\Delta AOB)$ ৰ কালি।

(ii) (i)নং প্রমাণ কৰা হ'ল যে,

(ΔDOC) ৰ কালি $= (\Delta AOB)$ ৰ কালি।

দুয়োফালে, (ΔBOC) ৰ কালি যোগ কৰিলে আমি পাওঁ,

(ΔDOC) ৰ কালি $+ (\Delta BOC)$ ৰ কালি $= (\Delta AOB)$ ৰ কালি $+ (\Delta BOC)$ ৰ কালি

$\Rightarrow (\Delta DCB)$ ৰ কালি $= (\Delta ACB)$ ৰ কালি।

(iii) (ii) নং প্রমাণ কৰা হ'ল যে,

(ΔDCB) ৰ কালি $= (\Delta ACB)$ ৰ কালি।

এই ত্ৰিভুজ দুটা, একে ভূমি CB আৰু একে যোৰ সমান্তৰাল সৰল
ৰেখা CB আৰু DAৰ মাজত অৱস্থিত।

গতিকে $DA \parallel CB$.

এতিয়া, আমি পাওঁ, $AB = CD$

আৰু $DA \parallel CB$

গতিকে, ABCD এটা সামান্তৰিক।

7. ABC ত্রিভুজৰ AB আৰু AC বাহু দুটাৰ ওপৰত দুটা বিন্দু ক্ৰমে D আৰু E এনেদৰে লোৱা যাতে কালি(ΔDBC) = কালি(ΔEBC) প্রমাণ কৰা যে, $DE \parallel BC$.

সমাধান : ABC ত্রিভুজৰ AB আৰু AC বাহুত ক্ৰমে D আৰু E দুটা বিন্দু যাতে, (ΔDBC)ৰ কালি = (ΔEBC)ৰ কালি।

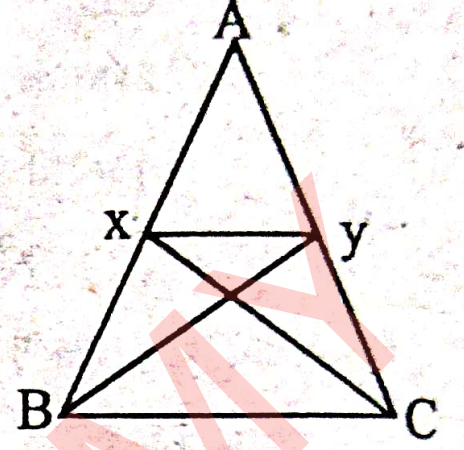
প্রমাণ কৰিব লাগে যে, $DE \parallel BC$.

প্রমাণ : $\therefore \Delta DBC$ আৰু ΔEBC একে

ভূমি BC আৰু সিহঁতৰ কালি সমান।

গতিকে সিহঁতৰ উন্নতি সমান (একে) হ'ব লাগিব।

$\therefore DE \parallel BC$.



8. ABC ত্রিভুজৰ BC বাহুৰ সমান্তৰাল XY এডাল ৰেখা। যদি $BE \parallel AC$ আৰু $CF \parallel AB$ যে xyক ক্ৰমে E আৰু F বিন্দুত কাটে, তেন্তে দেখুওৱা যে, কালি(ABE) = কালি(ACF)

সমাধান : ABC ত্রিভুজৰ xy, BC

বাহুৰ সমান্তৰাল। $BE \parallel AC$ আৰু

$CF \parallel AB$, xyত E আৰু F মিলিছে।

প্রমাণ কৰিব লাগে যে,

(ΔABE)ৰ কালি = (ΔACF)ৰ কালি।

প্রমাণ : $\therefore xy \parallel BC$ | দিয়া আছে

আৰু $CF \parallel BX$ | $\therefore CF \parallel AB$, দিয়া আছে।

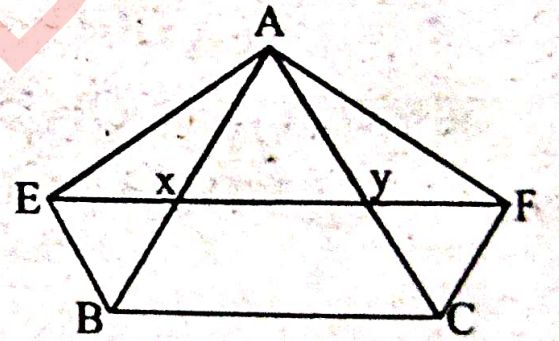
$\therefore BCFX$ এটা সামন্তৰিক। | এটা চতুৰ্ভুজ সামন্তৰিক হ'ব যদিহে ইয়াৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান্তৰাল হয়।

$\therefore BC = XF$ | সামন্তৰিকৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান।

$\Rightarrow BC = xy + yf$ ——— (1)

আকৌ, $\therefore xy \parallel BC$ | দিয়া আছে

আৰু $BE \parallel CY$ | $\therefore BE \parallel AC$ (দিয়া আছে)



∴ BCYE এটা সামান্তৰিক। | এটা চতুৰ্ভুজ, সামান্তৰিক হ'ব যদি ইয়াৰ
বিপৰীত বাহুবোৰ সমান্তৰাল হয়।

∴ BC = YE | সামান্তৰিকৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান

$$\Rightarrow BC = XY = XE \text{ ——— (2)}$$

(1) আৰু (2)ৰ পৰা,

$$XY + YF = XY = XE$$

$$\Rightarrow YF = XE$$

$$\Rightarrow XE = YF \text{ ——— (3)}$$

∴ $\triangle AEX$ আৰু $\triangle AYF$ ৰ সমান ভূমি

| $XE = YF$, EF ৰেখাৰ ওপৰত আৰু A সাধাৰণ শীৰ্ষ

∴ সিহঁতৰ উন্নতিও সমান।

∴ $(\triangle AEX)$ ৰ কালি = $(\triangle AFY)$ ৰ কালি ——— (4)

∴ $\triangle BEX$ আৰু $\triangle CFY$ ৰ সমান ভূমি

| ∴ $XE = YE$, EF একেটা ৰেখা আৰু EF আৰু
 BC একে সমান্তৰালৰ মাজত আছে (∴ $XY \parallel BC$)

∴ $(\triangle BEX)$ ৰ কালি = $(\triangle CFY)$ ৰ কালি ——— (5)

| দুটা ত্ৰিভুজ একে ভূমি আৰু একেযোৰ সমান্তৰালৰ মাজত
থাকিলে, সিহঁতৰ কালি সমান।

(4) আৰু (5)ক যোগ কৰি আমি পাওঁ,

$$(\triangle AEX)\text{ৰ কালি} + (\triangle BEX)\text{ৰ কালি} = (\triangle AFY)\text{ৰ কালি} \\ + (\triangle CFY)\text{ৰ কালি}$$

$$\Rightarrow (\triangle ABE)\text{ৰ কালি} = (\triangle ACF)\text{ৰ কালি}।$$

9. ABCD এটা সামান্তৰিকৰ AB বাহুটোক যিকোনো এটা বিন্দু P লৈ
বঢ়াই দিয়া হ'ল। এতিয়া A বিন্দুৰ মাজেৰে আৰু CPৰ সমান্তৰালভাৱে
টনা এটা ৰেখাই CBৰ বৰ্দ্ধিতাংশক Q বিন্দুত কাটিছে। এতিয়া PBQR
সামান্তৰিকটো সম্পূৰ্ণ কৰা।

দেখুওবা যে,

$$\text{কালি}(ABCD) = \text{কালি}(PBQR)$$

সমাধান : ABCD সামন্তৰিকৰ AB বাহুক P যিকোনো বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হ'ল। A বিন্দুৰে CPৰ সমান্তৰালভাৱে টনা ৰেখাই বৰ্দ্ধিত CB বাহুক Q বিন্দুত লগ লাগি PBQR সামন্তৰিকটো সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ল।

প্রমাণ কৰিব লাগে যে,

$$(ABCD) \text{ সামন্তৰিকৰ কালি} = (PBQR) \text{ সামন্তৰিকৰ কালি।}$$

অংকন : AC আৰু PQ সংযোগ কৰা হ'ল।

প্রমাণ : $\therefore$ ABCD সামন্তৰিকৰ AC কর্ণ।

$\therefore (\triangle ABC)$ ৰ কালি

$$= \frac{1}{2} (\text{ABCD সামন্তৰিক})\text{ৰ কালি}$$

— (1)

$\therefore$ BQPR সামন্তৰিকৰ PQ কর্ণ

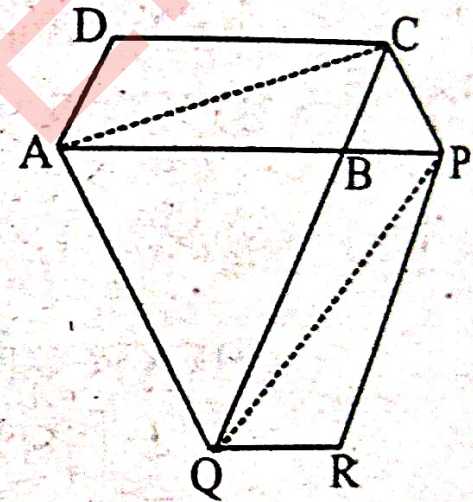
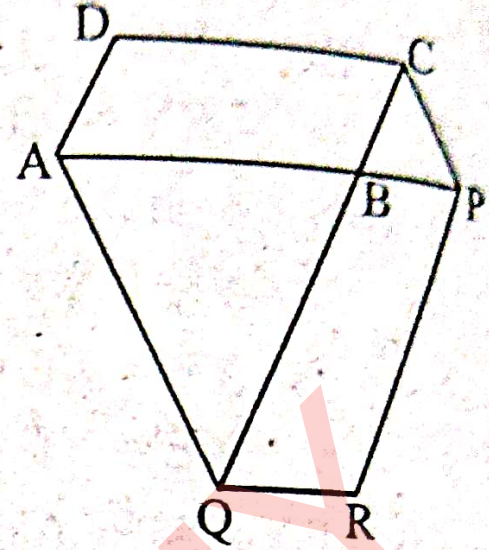
$$\therefore (\triangle BPQ)\text{ৰ কালি} = \frac{1}{2} (\text{BQRP সামন্তৰিক})\text{ৰ কালি}$$

— (2)

$\therefore \triangle ACQ$ আৰু $\triangle APQ$ ৰ একে ভূমি AQ আৰু একে সমান্তৰাল AQ আৰু একে সমান্তৰাল AQ আৰু CPৰ মাজত অৱস্থিত।

$$\therefore (\triangle ACQ)\text{ৰ কালি} = (\triangle APQ)\text{ৰ কালি}$$

| $\therefore$ দুটা ত্ৰিভুজ একে ভূমি আৰু একেযোৰ সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত অৱস্থিত হ'লে, সিহঁতৰ কালি সমান।



$$\Rightarrow (\Delta ACQ) \text{ৰ কালি} - (\Delta ABQ) \text{ কালি} = (\Delta APQ) \text{ৰ কালি} \\ - (\Delta ABQ) \text{ ৰ কালি}$$

| দুয়োফালৰ পৰা একে কালি বিয়োগ কৰি।

$$\Rightarrow (\Delta ABC) \text{ৰ কালি} = (\Delta BPQ) \text{ৰ কালি}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(\text{ABCD সামন্তৰিকৰ কালি}) = \frac{1}{2}(\text{PBQR সামন্তৰিকৰ কালি})$$

| (1) আৰু (2)ৰ পৰা

$$\Rightarrow \text{ABCD সামন্তৰিকৰ কালি} = \text{PBQR সামন্তৰিকৰ কালি}$$

10. ABCD ট্ৰেপিজিয়ামৰ $AB \parallel DC$ । কৰ্ণ AC আৰু BD য়ে
পৰস্পৰক O বিন্দুত কটে। প্রমাণ কৰা যে,
কালি $(\Delta AOD) = \text{কালি } (\Delta BOC)$

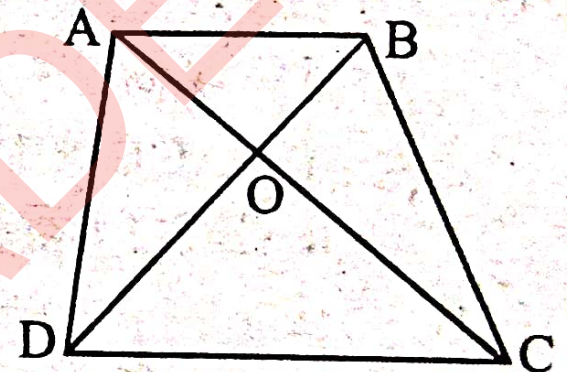
সমাধান : ABCD ট্ৰেপিজিয়াম।

$AB \parallel DC$ আৰু AC আৰু BD

কৰ্ণই O বিন্দুত কটাকটি কৰিছে।

প্রমাণ কৰিব লাগে যে,

$$(\Delta AOD) \text{ৰ কালি} = (\Delta BOC) \text{ৰ কালি।}$$



প্রমাণ : $\because \Delta ABD$ আৰু ΔABC , একে ভূমি AB আৰু এনে সমান্তৰাল
সৰল ৰেখা AB আৰু DC ৰ মাজত অৱস্থিত।

$$\therefore (\Delta ABD) \text{ৰ কালি} = (\Delta ABC) \text{ৰ কালি।}$$

| একে (বা সমান) ভূমি আৰু একে সমান্তৰাল সৰল
ৰেখাৰ মাজত থকা ত্ৰিভুজবোৰৰ কালি সমান

$$\Rightarrow (\Delta ABD) \text{ৰ কালি} - (\Delta AOB) \text{ৰ কালি} = (\Delta ABC) \text{ৰ কালি} \\ - (\Delta AOB) \text{ৰ কালি}$$

| দুয়োফালৰ পৰা একে কালি বিয়োগ কৰি।

$$\Rightarrow (\Delta AOD) \text{ৰ কালি} = (\Delta BOC) \text{ৰ কালি।}$$

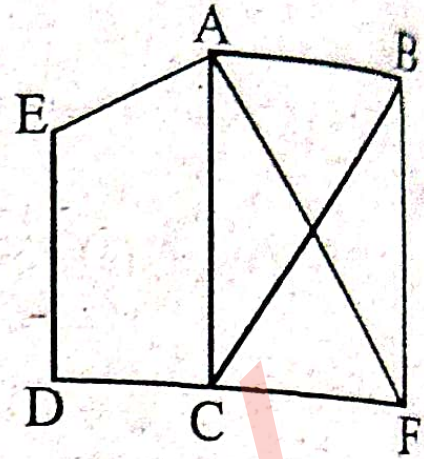
11. চিত্রতঃ ABCDE এটা পঞ্চভুজ। B বিন্দুৰ মাজেৰে ACৰ সমান্তৰাল
ৰেখা এটাই DCৰ বৰ্দ্ধিতাংশৰ F বিন্দুত কাটিছে। দেখুওৱা যে,

(i) কালি $(ACB) =$ কালি (ACF)

(ii) কালি $(AEDF) =$ কালি $(ABCDE)$

সমাধানঃ ABCDE এটা পঞ্চভুজ।

B বিন্দুৰে ACৰ সমান্তৰালকৈ টনা
ৰেখাখণ্ডই বৰ্দ্ধিত DCক F বিন্দুত
কাটিছে।



প্রমাণ কৰিব লাগে যে, (i) (ΔACB) ৰ কালি $= (\Delta ACF)$ ৰ কালি

(ii) $(AEDF)$ ৰ কালি $= (ABCDE)$ ৰ কালি।

প্রমাণ (i) $\therefore \Delta ACB$ আৰু ΔACF , একে ভূমি AC আৰু একেযোৰ
সমান্তৰাল ৰেখা AC আৰু BFৰ মাজত অৱস্থিত

$\therefore AC \parallel BF$ (দিয়া আছে)

$\therefore (\Delta ACB)$ ৰ কালি $= (\Delta ACF)$ ৰ কালি।

| একে ভূমি (বা সমান) আৰু একে সমান্তৰাল ৰেখাৰ
মাজত থকা ত্ৰিভুজৰ কালি সমান।

(ii) (i) ৰ পৰা,

(ΔACB) ৰ কালি $= (\Delta ACF)$ ৰ কালি

$\Rightarrow (\Delta ACB)$ ৰ কালি $+ (AEDC)$ ৰ কালি $= (\Delta ACF)$ ৰ কালি
 $+ (AEDC)$ ৰ কালি।

| দুয়োফালে একে কালি যোগ কৰি

$\Rightarrow (ABCDE)$ ৰ কালি $= (AEDF)$ ৰ কালি

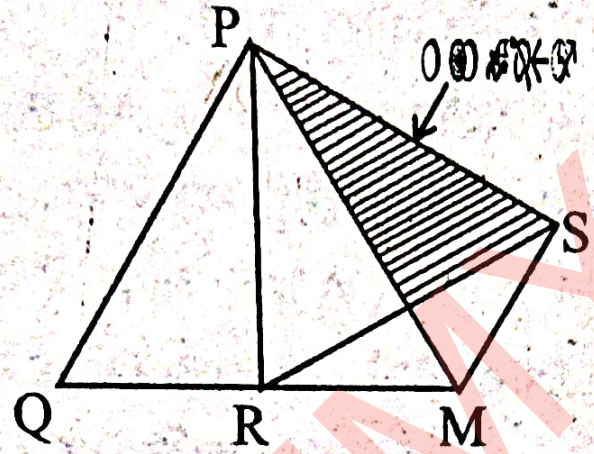
$\Rightarrow (AEDF)$ ৰ কালি $= (ABCDE)$ ৰ কালি।

12. ইয়াৰি নামৰ গাঁওবাসী এজনৰ এটুকুৰা চতুৰ্ভুজ আকৃতিৰ মাটি আছিল।
গাঁওৰ গাওঁ পঞ্চায়তে তাত স্বাস্থ্যকেন্দ্ৰ এটা প্রতিষ্ঠা কৰিবলৈ বুলি তেওঁৰ
মাটিটুকুৰাৰ এটা চুকৰ পৰা কিছু অংশ ল'ব খুজিলে। ইয়াৰি এই প্রস্তাবটোত

সম্মত হ'ল এটা চৰ্তত যে তেওঁক তেওঁৰ মাটিটুকুৰাৰ পৰিবৰ্তে একে সমান পৰিমাণৰ মাটি এটুকুৰা তেওঁৰ মাটিৰ লগত লগলগাকৈ দিব লাগিব যাতে গোটেই মাটিখিনি এটা ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ হয়। তেওঁৰ এই প্ৰস্তাৱটো কিদৰে কাৰ্যকৰী কৰিব পৰা যাব ব্যাখ্যা কৰা।

সমাধান : ধৰাহ'ল, ইটোৱাৰীৰ চতুৰ্ভুজাকাৰ মাটিদোখৰ PQRS.

S বিন্দুৰে PR ৰ সমান্তৰালকৈ এডাল ৰেখা টনা হ'ল যাতে ই বৰ্দ্ধিত QRক M বিন্দুত কাটিছে।



ধৰাহ'ল, নতুনকৈ গঠিত হোৱা চতুৰ্ভুজটোৰ PM আৰু RS কৰ্ণ দুডালে N বিন্দুত কাটিছে।

আমি পাওঁ, $PR \parallel SM$ (অংকন মতে)

$$\therefore (\Delta PRS) \text{ৰ কালি} = (\Delta PMR) \text{ৰ কালি}$$

| $\therefore$ একে ভূমি আৰু একেযোৰ সমান্তৰাল ৰেখাৰ মাজত অৱস্থিত ত্ৰিভুজবোৰৰ কালি সমান।

(ΔPNR) ৰ কালি, দুয়োফালৰ পৰা বিয়োগ কৰি,

$$(\Delta PRS) \text{ৰ কালি} - (\Delta PNR) \text{ৰ কালি} = (\Delta PMR) \text{ৰ কালি} - (\Delta PNR) \text{ৰ কালি}$$

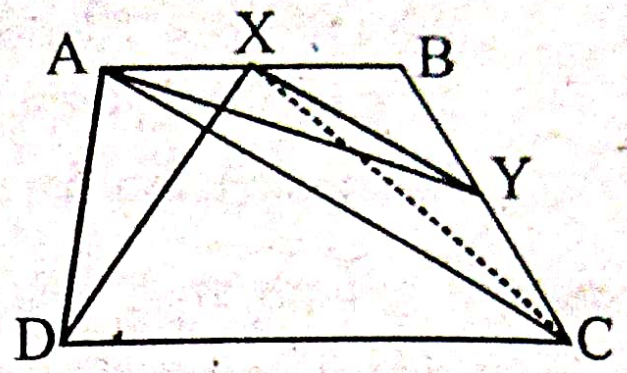
$$\Rightarrow (\Delta PSN) \text{ৰ কালি} = (\Delta MNR) \text{ৰ কালি।}$$

$\therefore$ ইটোৱাৰীয়ে PSN ত্ৰিভুজাকাৰ মাটিদোখৰ, স্বাস্থ্যকেন্দ্ৰত দিব।

13. ABCD ট্ৰেপিজিয়ামৰ $AB \parallel DC$ । AC ৰ সমান্তৰাল এডাল ৰেখাই ABক X আৰু BC ক Y বিন্দুত কাটিছে।

প্ৰমাণ কৰা যে, $\text{কালি}(ADX) = \text{কালি}(ACY)$

সমাধান : ABCD ত্ৰেপিজিয়ামৰ
 $AB \parallel DC$. ACৰ বাহুৰ
 সমান্তৰালকৈ টনা ৰেখাখণ্ডই AB ক
 X আৰু BCক Y বিন্দুত কাটিছে।



প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে,

(ΔADX) ৰ কালি = (ΔACY) ৰ কালি।

অংকন : CX সংযোগ কৰা হ'ল।

প্ৰমাণ : $\therefore \Delta ADX$ আৰু ΔACX , একে ভূমি AX আৰু একেযোৰ
 সমান্তৰাল ৰেখা AB আৰু DCৰ মাজত অৱস্থিত।

$\therefore (\Delta ADX)$ ৰ কালি = (ΔACX) ৰ কালি — (1)

| একে ভূমি (সমান) আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত
 অৱস্থিত ত্ৰিভুজৰ কালি সমান।

$\therefore \Delta ACX$ আৰু ΔACY , একে ভূমি AC আৰু একে সমান্তৰাল
 ৰেখা AC আৰু XYৰ মাজত অৱস্থিত।

$\therefore (\Delta ACX)$ ৰ কালি = (ΔACY) ৰ কালি — (2)

| একে ভূমি (সমান) আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ
 মাজত অৱস্থিত ত্ৰিভুজৰ কালি সমান।

(1) আৰু (2) ৰ পৰা, আমি পাওঁ,

(ΔADX) ৰ কালি = (ΔACY) ৰ কালি।

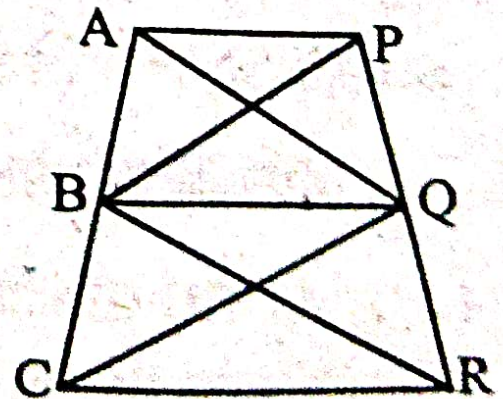
14. (চিত্ৰত) $AP \parallel BQ \parallel CR$

প্ৰমাণ কৰা যে,

কালি (AQC) = কালি (PBR)

সমাধান : দিয়া আছে,

$AP \parallel BQ \parallel CR$



প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে, (ΔAQC) ৰ কালি = (ΔPBR) ৰ কালি।

প্রমাণ : $\therefore \Delta BAQ$ আৰু ΔBPQ , BQ ভূমি আৰু $BQ \parallel AP$ ৰ মাজত অৱস্থিত।

$$\therefore (\Delta BAQ) \text{ৰ কালি} = (\Delta BPQ) \text{ৰ কালি} \quad \text{--- (1)}$$

| দুটা ত্ৰিভুজ একে (সমান) ভূমি আৰু একে যোৰ সমান্তৰাল ৰেখাৰ মাজত থাকিলে, সিহঁতৰ কালি সমান।

$\therefore \Delta BOQ$ আৰু ΔBQR , BQ ভূমি আৰু $BQ \parallel CR$ ৰ মাজত অৱস্থিত,

$$\therefore (\Delta BCQ) \text{ৰ কালি} = (\Delta BQR) \text{ৰ কালি} \quad \text{--- (2)}$$

| দুটা ত্ৰিভুজ একে (সমান) ভূমি আৰু একে যোৰ সমান্তৰাল ৰেখাৰ মাজত থাকিলে, ত্ৰিভুজ দুটাৰ কালি সমান।

(1) আৰু (2)ক যোগ কৰিলে, আমি পাওঁ,

$$(\Delta BAQ) \text{ৰ কালি} + (\Delta BCQ) \text{ৰ কালি} = (\Delta BPQ) \text{ৰ কালি} + (\Delta BQR) \text{ৰ কালি}$$

$$\Rightarrow (\Delta AQC) \text{ৰ কালি} = (\Delta PBR) \text{ৰ কালি।}$$

15. $ABCD$ চতুৰ্ভুজ এটাৰ AC আৰু BD কৰ্ণ দুডালে O বিন্দুত পৰস্পৰক এনেদৰে কাটিছে যাতে, কালি $(AOD) =$ কালি (BOC) প্রমাণ কৰা যে, $ABCD$ এটা ট্ৰেপিজিয়াম।

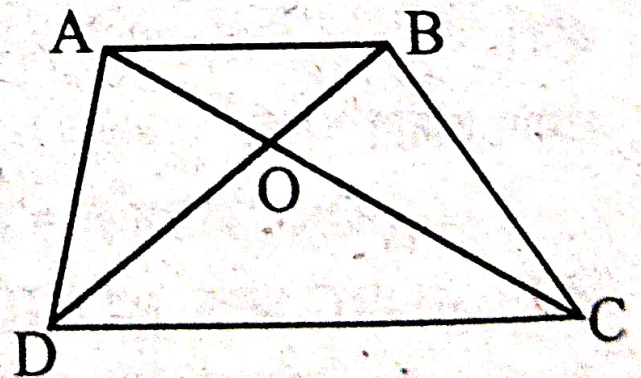
সমাধান : $ABCD$ চতুৰ্ভুজ। ইয়াৰ AC আৰু BD কৰ্ণই O বিন্দুত কটাকটি কৰিছে যাতে (ΔAOD) ৰ কালি $= (\Delta BOC)$ ৰ কালি।

প্রমাণ কৰিব লাগে যে,

$ABCD$ এটা ট্ৰেপিজিয়াম।

প্রমাণ : দিয়া আছে,

$$(\Delta AOD) \text{ৰ কালি} = (\Delta BOC) \text{ৰ কালি।}$$



$$\Rightarrow (\Delta AOD) \text{ৰ কালি} + (\Delta AOB) \text{ৰ কালি} = (\Delta BOC) \text{ৰ কালি} + (\Delta AOB) \text{ৰ কালি}$$

| দুয়োফালে সমান কালি যোগ কৰি।

$$\Rightarrow (\Delta ABD) \text{ৰ কালি} = (\Delta ABC) \text{ৰ কালি।}$$

কিন্তু ΔABD আৰু ΔABC একে ভূমি AB ৰ ওপৰত অৱস্থিত

$\therefore \Delta ABD$ আৰু ΔABC ৰ আনুৰূপ উন্নতি সমান।

$\therefore \Delta ABD$ আৰু ΔABC একে সমান্তৰালৰ মাজত অৱস্থিত।

$$\therefore AB \parallel DC$$

$\therefore ABCD$ ট্ৰেপিজিয়াম।

16. চিত্ৰত :

কালি (DRC) = কালি (DPC) আৰু

কালি (DDP) = কালি (ARC)।

দেখুওৱা যে, $ABCD$ আৰু $DCPR$

চতুৰ্ভুজ দুয়োটা ট্ৰেপিজিয়াম।

সমাধান : দিয়া আছে,

$$(\Delta DRC) \text{ৰ কালি} = (\Delta DPC) \text{ৰ কালি}$$

$$\text{আৰু } (\Delta BDP) \text{ৰ কালি} = (\Delta ARC) \text{ৰ কালি}$$

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে, $ABCD$ আৰু $DCPR$ চতুৰ্ভুজ দুয়োটা ট্ৰেপিজিয়াম হ'ব।

প্ৰমাণ : দিয়া আছে,

$$(\Delta DRC) \text{ৰ কালি} = (\Delta DPC) \text{ৰ কালি} \quad \text{— (1)}$$

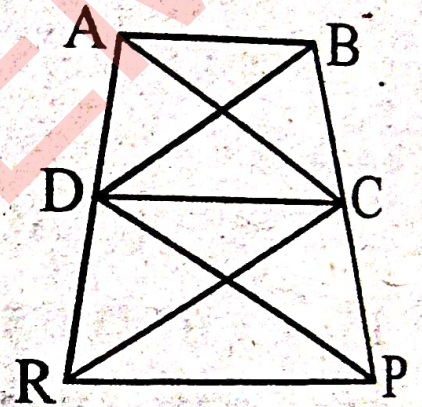
কিন্তু, ΔDRC আৰু ΔDPC একে ভূমি DC ৰ ওপৰত অৱস্থিত।

$\therefore \Delta DRC$ আৰু ΔDPC ৰ উন্নতি সমান।

$\therefore \Delta DRC$ আৰু ΔDPC , একে সমান্তৰালৰ মাজত থাকিব।

$$\therefore DC \parallel RP$$

$\therefore DCPR$ এটা ট্ৰেপিজিয়াম।



| যদি চতুৰ্ভুজৰ এযোৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল হয় তেন্তে ই ত্ৰেপিজিয়াম হ'ব।

আকৌ, (ΔBDP) ৰ কালি $= (\Delta ARC)$ ৰ কালি

$$\Rightarrow (\Delta BDC) \text{ৰ কালি} + (\Delta DPC) \text{ৰ কালি} = (\Delta ADC) \text{ৰ কালি} + (\Delta DRC) \text{ৰ কালি}$$

$$\Rightarrow (\Delta BDC) \text{ৰ কালি} = (\Delta ADC) \text{ৰ কালি} \quad | (1) \text{ ব্যৱহাৰ কৰি।}$$

কিন্তু ΔBDC আৰু ΔADC , একে ভূমি DC ৰ ওপৰত অৱস্থিত।

$\therefore \Delta BDC$ আৰু ΔADC ৰ উন্নতি একে হ'ব।

$\therefore \Delta BDC$ আৰু ΔADC , একে সমান্তৰালৰ মাজত থাকিব।

$\therefore AB \parallel DC$.

$\therefore ABCD$ এটা ত্ৰেপিজিয়াম | এটা চতুৰ্ভুজ, ত্ৰেপিজিয়াম হ'ব যদি তাৰ এযোৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল হয়।